

УДК 550.347.097.33

## САМОМОДУЛЯЦИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН В ПРИПОВЕРХНОСТНЫХ ГРУНТАХ

© 2007 г. О. В. Павленко

Представлено академиком В.Н. Страховым 19.05.2005 г.

Поступило 28.08.2006 г.

В численных экспериментах исследуются нелинейные эффекты модуляционной неустойчивости сейсмических волн при их распространении в приповерхностных грунтах. Результаты показывают, что самомодуляция и образование субгармоник наблюдаются при достаточно больших амплитудах сейсмических волн в случаях их резонансного усиления в грунтовых слоях и предшествуют стадии хаотизации, которая наступает при дальнейшем увеличении амплитуд. Возникновение этих эффектов связано с дисперсией скоростей распространения сейсмических волн в приповерхностных грунтах вследствие нелинейности отклика грунта.

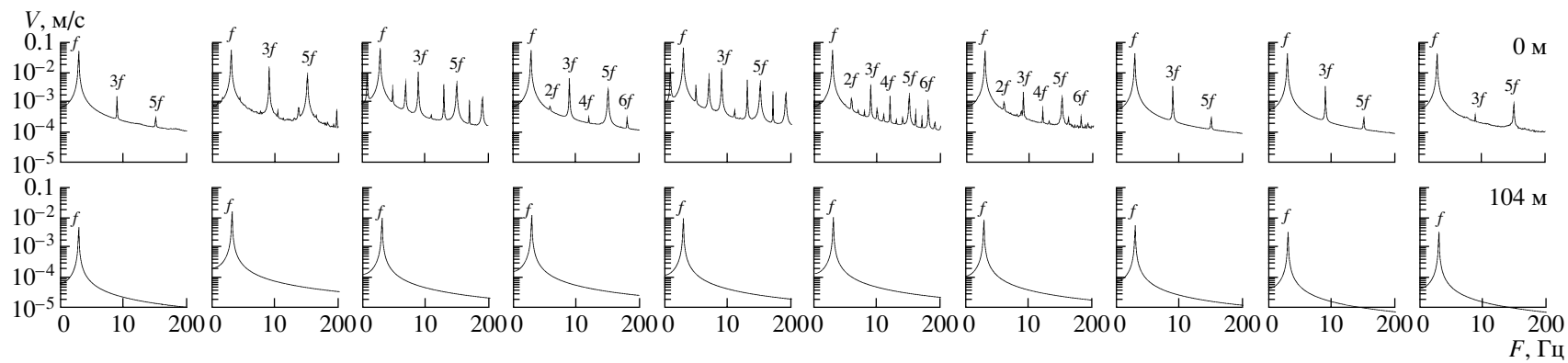
Нелинейное поведение грунтов при сильных землетрясениях остается одной из недостаточно изученных проблем сейсмологии. В полевых, лабораторных и численных экспериментах и по записям землетрясений исследованы эффекты взаимодействия и самовоздействия сейсмических волн (см., например, [1, 2] и др.), снижение резонансных частот колебаний грунтовых слоев, увеличение нелинейного поглощения и уменьшение упругих модулей (см. [3, 4] и др.). В настоящей работе в численных экспериментах исследуются явления модуляционной неустойчивости, наблюдающиеся при распространении в грунтовых слоях интенсивных сейсмических волн. Используются численные модели поведения грунта в приразломных зонах сильных землетрясений, построенные по записям вертикальных групп [5].

В частности, построены модели поведения грунта в приразломных зонах землетрясения 2000 г. ( $M_w = 6.7$ ) в Тоттори (Япония), т.е. определены напряжения и деформации, возбуждаемые сильными движениями в верхних ~100 м грунта [6]. Полученные вертикальные распределения напряжений и деформаций в слоях на станции TTRH02, ближайшей к разломной плоскости (~2 км), представлены в [6, 7]. Грунтовый разрез в TTRH02 –

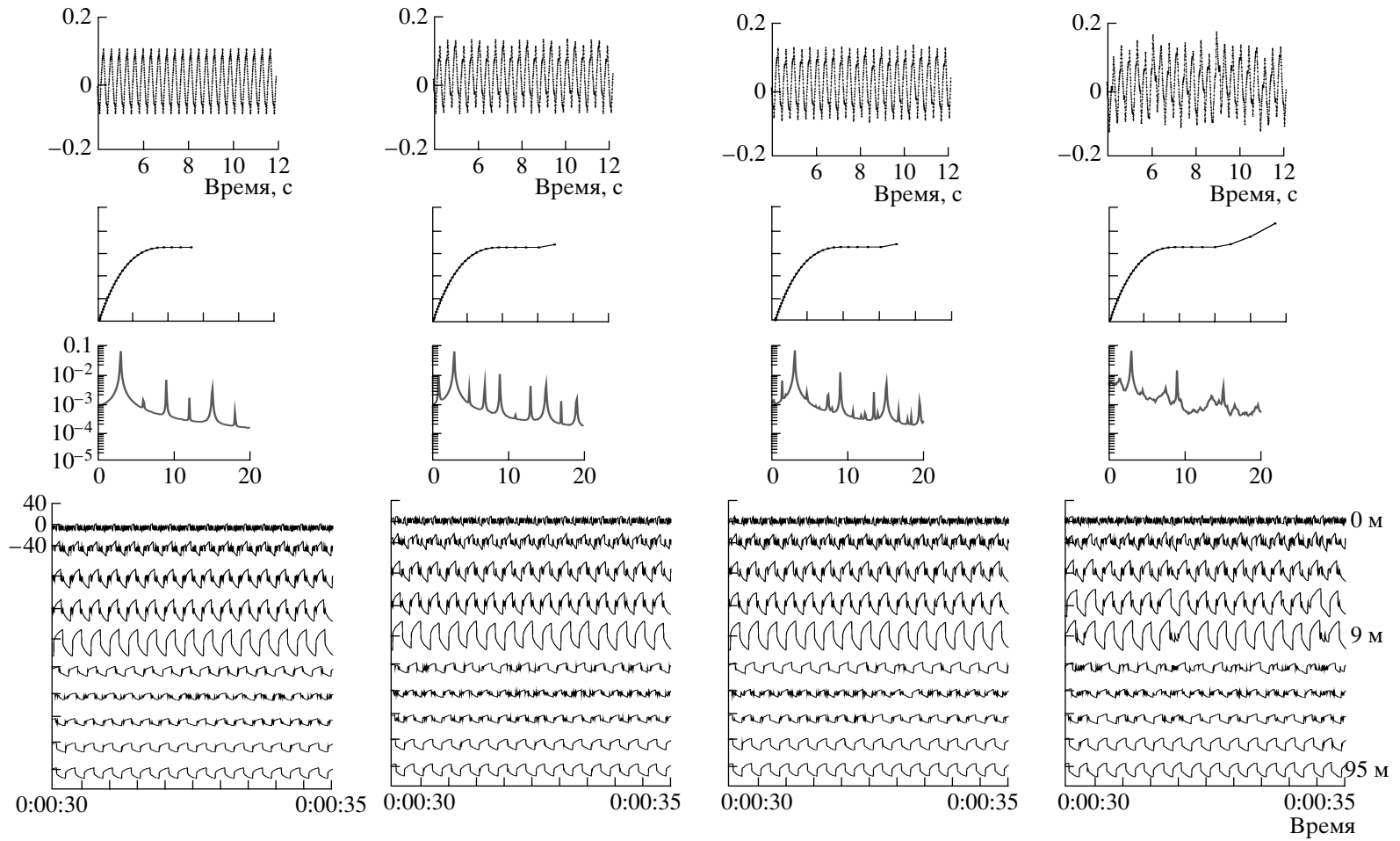
песчано-глинистая толща с  $V_S \sim 210$  м/с в верхних 9 м, ниже которых до ~100 м залегают более плотные слои с постепенно возрастающими с глубиной скоростными  $V_S$  (до ~790 м/с на 100 м). Приповерхностные грунты частично водонасыщенные ( $V_P \sim 860$  м/с), что и определяет заметное усиление колебаний на поверхности. Напряжения и деформации оценены в 10 последовательных 1.5-секундных интервалах, соответствующих 15 с сильных движений [6].

Для оценки степени нелинейности поведения грунта построенные численные модели тестировали гармоническими сигналами с частотой 3 Гц [8]; при расчете распространения в грунтовых слоях тестирующих сигналов использованы полученные для каждого 1.5-секундного интервала зависимости напряжение–деформация. На рис. 1 представлены результаты тестирования. Видно, что при распространении гармонических сигналов в грунтах образуются высшие гармоники основной частоты. Как правило, это гармоники нечетных порядков (3-я, 5-я и др.), лишь в моменты наибольшей интенсивности входного сигнала (интервалы 4, 6, 7) наряду с гармониками нечетных порядков образуются также гармоники четных порядков (2-я, 4-я и др.). Аналогичные результаты получены при тестировании других грунтовых разрезов [9], однако при тестировании грунтового разреза TTRH02 в интервалах с наибольшей интенсивностью колебаний наблюдается также образование субгармоник основной частоты (интервалы 3, 5).

Для выяснения условий образования субгармоник распространение гармонических сигналов в разрезе TTRH02 изучено более детально. На рис. 2 представлены результаты тестирования TTRH02 сигналами с частотой  $f = 3$  Гц. При амплитуде входного сигнала  $V_0 = 0.01$  м/с на выходе получен сигнал с  $f = 3$  Гц, обогащенный четными и нечетными высшими гармониками. Скорость  $V_0$  была увеличена до 0.011 м/с, при этом рабочий интервал зависимости напряжение–деформация также увеличился и появилась точка перегиба. Выходной сигнал стал амплитудно-модулированным, в



**Рис. 1.** Результаты тестирования грунтового разреза в TTRH02 гармоническими сигналами ( $f = 3$  Гц): спектры тестирующих сигналов (внизу) и сигналов на поверхности (вверху) в 10 последовательных 1.5-секундных интервалах (15 с сильных движений).



**Рис. 2.** Самомодаляция и хаотизация гармонического сигнала с частотой 3 Гц и амплитудами  $V_0 = 0.010, 0.011, 0.012$  и  $0.013$  м/с в грунтовом разрезе ТТН02. Сверху вниз: рассчитанные колебания на поверхности, рабочие интервалы зависимостей напряжение–деформация в верхних ~9 м, спектры сигналов на поверхности, схематическое изображение колебаний в слоях грунта (верхний ряд – поверхность, нижний ряд – 100 м; колебания в верхних слоях представлены более подробно, максимальные амплитуды колебаний соответствуют глубине ~9 м).

его спектре появились субгармоники вида  $\frac{nf}{3}$ : 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19 Гц и др. При дальнейшем увеличении  $V_0$  модуляция сначала сохранялась (при  $V_0 = 0.012$  м/с), а затем выходной сигнал стал шумоподобным (при  $V_0 = 0.013$  м/с, рис. 2). Эксперимент был повторен с частотой входного сигнала 6 Гц, и слабый модуляционный эффект обнаружен при амплитудах входного сигнала  $\sim 0.03\text{--}0.05$  м/с, а при увеличении амплитуды до 0.1 м/с колебания хаотизировались.

На рис. 3а представлены напряжения и деформации в грунтовых слоях в ТТН02 на различных глубинах, возбуждаемые распространяющимися гармоническими сигналами с  $V_0 = 0.01$  м/с и частотами 1–21 Гц. Как видно из рисунка, частота 3 Гц является резонансной частотой  $f_{res}$  данного грунтового профиля, на ней наблюдается резонансное усиление колебаний в верхних  $\sim 9$  м ( $f_{res}$  снижается вследствие нелинейности отклика грунта: в линейном случае  $f_{res} \sim \frac{210}{36} = 5.8$  Гц). Нелинейность связи напряжений и деформаций приводит к заметному уменьшению эффективной скорости распространения волн резонансной частоты 3 Гц по сравнению с волнами других частот, т.е. к дисперсии скоростей. Для гармоник с резонансными частотами появляются условия для развития самомодуляции.

Явление самомодуляции гармонических волн в нелинейных средах с дисперсией изучено достаточно хорошо [10]. Дисперсия приводит к тому, что возникающие из-за нелинейности высшие гармоники не находятся в синхронизме с волной основной частоты и, следовательно, не нарастают, а колебания на выходе оказываются модулированными по амплитуде. Модуляция возникает в результате развития параметрической неустойчивости, приводящей к появлению волн-сателлитов с частотами, близкими к несущей частоте. Модуляционная неустойчивость возможна лишь при определенном соотношении знаков нелинейности и дисперсии групповой скорости (условие Лайтхилла), дающем условие того, что нелинейная расстройка от синхронизма компенсирует линейный дисперсионный рассинхронизм [10].

Напряжения и деформации, возбуждаемые в грунтовых слоях в ТТН02 тестирующими сигналами с различными  $V_0$  и с  $f = 3$  Гц, представлены на рис. 3б. Гистерезисные кривые в верхних 9 м, где деформации наибольшие, в значительной степени определяют вид и спектральный состав колебаний на поверхности: при  $V_0 = 0.012$  м/с их спектр заметно усложняется, и при дальнейшем увеличении амплитуды колебания хаотизируют-

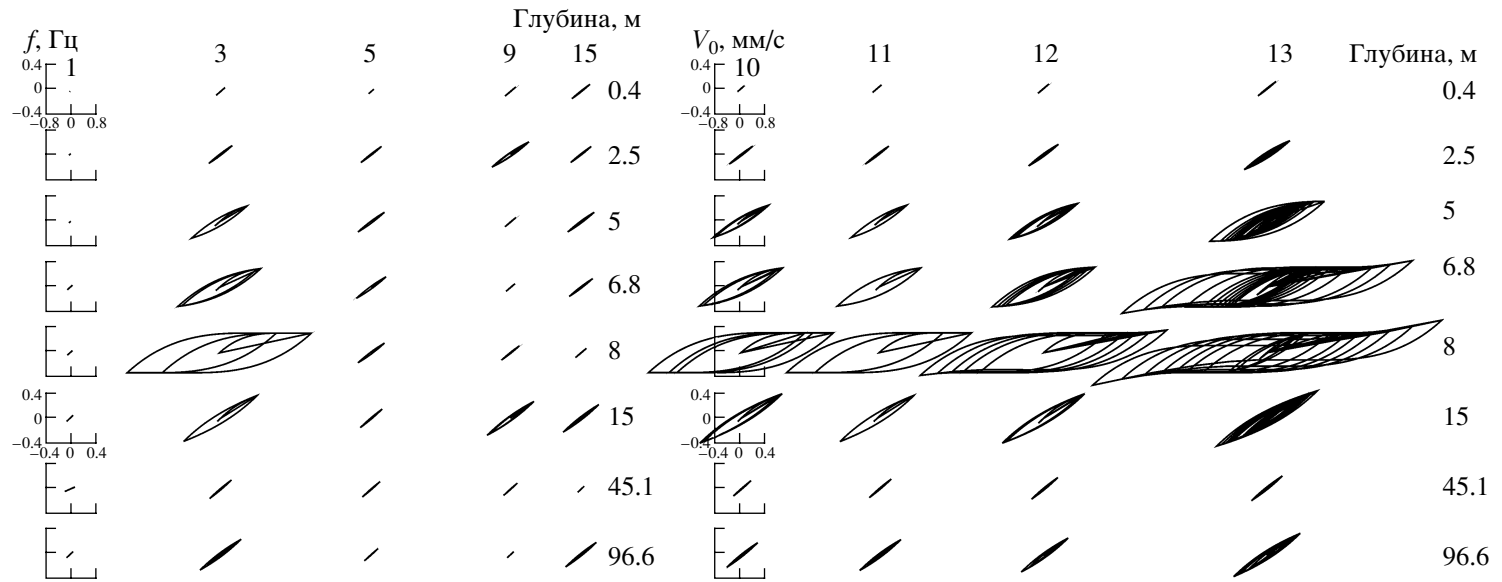
ся. Хаотизация соответствует большим рабочим интервалам зависимостей напряжение–деформация и множествам замкнутых циклов гистерезисных кривых на разных глубинах. Вероятно, расширение рабочих интервалов зависимостей напряжение–деформация за точку перегиба также способствует быстрому усложнению и хаотизации колебаний. Изменения форм гистерезисных кривых соответствуют изменениям траекторий колебаний частиц среды в фазовом пространстве, т.е. изменениям фазовых портретов системы – бифуркациям. Как известно [10], переход к стохастичности через цепочку бифуркаций удвоения периода типичен для диссипативных нелинейных систем. В описанных экспериментах наблюдается утроение периода (особенно заметное в слое с максимальным размахом колебаний на  $\sim 9$  м – рис. 2), что, вероятно, связано с преобладанием кубической, а не квадратичной нелинейности в отклике грунта. Переход к стохастическим колебаниям происходит при увеличении  $V_0$ , т.е. при возрастании числа нелинейных взаимодействий и образующихся комбинационных гармоник. При достаточно высокой интенсивности входного сигнала наступает лавинообразное нарастание числа гармоник и хаотизация, при этом спектр выходного сигнала становится сплошным.

Явления самомодуляции и возврата волновых форм Ферми–Паста–Улама в сейсмических полях изучались в полевых экспериментах Димитриу [11]. Исследовалась пространственная эволюция излучаемых вибратором гармонических сигналов в диапазоне 7–14.65 Гц; регистрация велась на удалении 10–70 м от вибратора,  $V_0$  на поверхности вблизи вибратора составляли 0.00015–0.006 м/с. При достаточно малых  $V_0$  наблюдалось явление возврата волновых форм Ферми–Паста–Улама. Отмечен полный возврат начальных форм и огибающей и несущей и короткая дистанция, на которой происходил возврат формы сигнала, возможно, из-за сильной нелинейности приповерхностных грунтов. Отмечены также существенная зависимость наблюдаемых эффектов от частоты сигнала и слабая зависимость от амплитуды. Для наивысшей частоты 14.65 Гц наблюдались лишь слабые признаки неустойчивости, а наиболее заметные проявления отмечены для  $f = 10$  Гц [11].

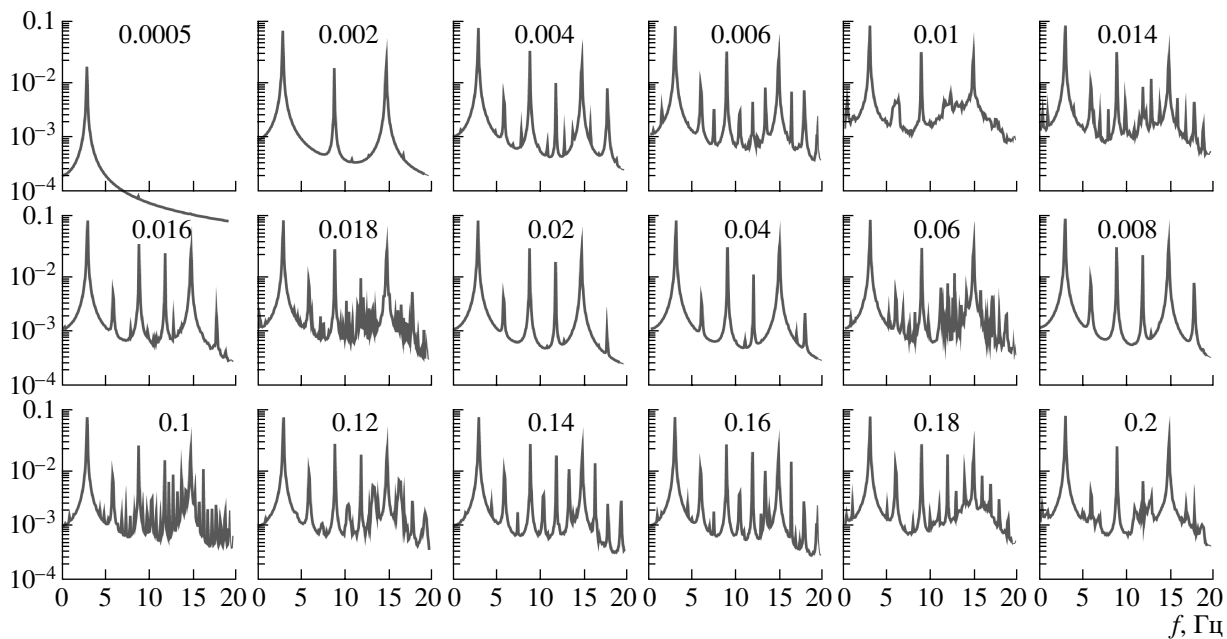
Наблюдаемые явления можно объяснить с позиций нелинейной теории распространения волн. Нелинейное уравнение Шредингера [12]

$$iA_t + bA_{xx} + c|A|^2A + dA_x = 0$$

описывает три основные класса явлений, наблюдаемых при распространении квазигармонических волн в нелинейных средах с дисперсией: модуляционную неустойчивость (самомодуляцию), стационарные волны огибающих, в том числе солитоны, и периодически повторяющийся во времени и пространстве возврат слабомодулирован-



**Рис. 3.** Напряжения и деформации, возбуждаемые в грунтовых слоях (а) при различных частотах входного сигнала,  $V_0 = 0.010$  м/с (б) при различных амплитудах входного сигнала,  $f = 3$  Гц.



**Рис. 4.** Спектры колебаний на поверхности грунтового разреза в Порт Айленде при различных амплитудах входного гармонического сигнала ( $f = 3$  Гц). Амплитуды входных сигналов в м/с показаны сверху.

ной волны (приближающейся к периодической последовательности солитонов).  $A$  – комплексная амплитуда огибающей распространяющейся волны (вида  $\exp[i(kx - \omega t)]$ ); действительные константы  $b = \frac{d^2 \omega}{dk^2}$ ,  $c$  и  $d$  определяют величину и знак дисперсии, кубической нелинейности и поглощения соответственно. Знак  $bc$  определяет развитие процесса: если  $bc < 0$ , волна стабильна и солитоны не формируются, а при  $bc > 0$  развивается неустойчивость.

В экспериментах Димитриу минимум групповой скорости распространения волн соответствует диапазону 10–12 Гц, и данное объяснение подтверждается результатами эксперимента. В численных экспериментах, результаты которых представлены на рис. 1–3, появление дисперсии скоростей в среде связано с нелинейностью отклика грунта, при этом диапазону резонансных частот также соответствует минимум скорости распространения волн, и условие модуляционной неустойчивости  $bc > 0$  выполняется. Как и в экспериментах Димитриу, эффекты модуляции и образования субгармоник усиливались с ростом амплитуды тестирующего сигнала.

Описанные здесь эксперименты проведены и с другими грунтовыми разрезами. В каждом случае для гармоник, на которых происходило резонансное усиление колебаний, наблюдались самомодуляция и образование субгармоник. Исследовались разрезы без сейсмических границ с плавным

нарастанием  $V_S$  с глубиной и разрезы, состоящие из верхнего рыхлого и более плотного подстилающего слоя, с нарастанием  $V_S$  с глубиной. Пример сложного разреза (системы со многими степенями свободы) – грунтовой разрез в Порт Айленде, модель поведения которого при землетрясении 1995 г. в Кобе построена в [5]. Этот разрез включает 5 различных по свойствам групп слоев: 0–13 м – искусственный грунт выше уровня грунтовых вод, 13–17 м – то же ниже уровня грунтовых вод, 17–28 м – аллювиальные глины, 28–34 м – аллювиальный песок, глубже 34 м – плотные слои гравия и глин. На рис. 4 представлены результаты тестирования этого грунтового разреза гармоническим сигналом с частотой  $f = 3$  Гц, принадлежащей диапазону резонансных частот (1–4 Гц) верхнего разжиженного слоя. Даже при небольших  $V_0$  отклик грунта существенно нелинеен. При увеличении  $V_0$  нарастают его нелинейные искажения, в спектрах отклика грунта появляются высшие гармоники нечетных порядков (3–я, 5–я, ...), затем также высшие гармоники четных порядков (2–я, 4–я, 6–я, ...) и субгармоники вида  $\frac{nf}{3}$ , после

чего колебания хаотизируются (рис. 4, верхний ряд, 0.008 м/с). При дальнейшем возрастании  $V_0$  наблюдается явление, подобное возвращаемости: система периодически переходит из состояния генерации субгармоник с последующей хаотизацией в состояние генерации высших нечетных и четных гармоник до достижения предельной ампли-

туды  $V_0 \sim 0.525$  м/с, соответствующей предельной прочности грунта.

При возрастании  $V_0$  увеличиваются напряжения и деформации в верхних слоях. Наиболее чувствительны к изменениям амплитуд разжиженные грунты верхней группы, а увеличение напряжений и деформаций в одной из групп слоев влечет за собой изменение всего вертикального распределения напряжений и деформаций в слоях, поэтому изменяются и спектры колебаний на поверхности (рис. 4). При  $V_0 \sim 0.006$  м/с в спектре сигнала на поверхности впервые появляются субгармоники; при возрастании  $V_0$  резонирующими становятся различные слои грунта, и спектр колебаний на поверхности качественно меняется. На резонансных частотах происходит модуляция колебаний, и спектры сигналов на поверхности дают представление о сложном поведении системы со многими степенями свободы (рис. 4). Образуются

субгармоники вида  $\frac{nf}{3}$  ( $V_0 \sim 0.004, 0.006, \dots$ ), а так-

же вида  $\frac{nf}{2}$  ( $V_0 \sim 0.018, 0.06, \dots$ ), иногда те и другие

одновременно. Вероятно, типы субгармоник, как и высших гармоник, определяются формами зависимостей напряжение–деформация в грунтовых слоях: разжиженные грунты в Порт Айленде обладают существенными по величине нелинейностями четных порядков [9], и только в этом случае в спектрах выходных сигналов появляются

субгармоники вида  $\frac{nf}{2}$ . Таких субгармоник нет

в спектрах выходных сигналов других исследованных грунтовых разрезов, не обладающих нелинейностями четных порядков.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алешин А.С., Гуцин В.В., Креков М.М. и др.* // ДАН. 1981. Т. 260. № 3. С. 574–575.
2. *Гуцин В.В., Шалашов Г.М.* В кн.: Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками. М.: Наука, 1981. С. 144–155.
3. *Hardin B.O., Drnevich V.P.* // J. Soil Mech. Found. Div. Proc. Amer. Soc. Civil Eng. 1972. V. 98. P. 667692.
4. *Yoshida N., Iai S.* The Effects of Surface Geology on Seismic Motion. Rotterdam: Balkema, 1998. P. 71–90.
5. *Pavlenko O. V., Irikura K.* // Pure and Appl. Geophys. 2003. V. 160. P. 2365–2379.
6. *Pavlenko O. V., Irikura K.* // Bull. Seism. Soc. Amer. 2006. V. 96. № 6. P. 1201–1216.
7. *Павленко О.В.* // ДАН. 2004. Т. 398. № 6. С. 803–809.
8. *Marmarelis P.Z., Marmarelis V.Z.* // Analysis of Physiological Systems, The White-Noise Approach. N.Y.; L.: Plenum Press, 1978, 470 p.
9. *Павленко О. В.* // ДАН. 2003. Т. 389. № 2. С. 247–251.
10. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. 383 с.
11. *Dimitriu P.P.* // Phys. Earth and Planet. Interior. 1988. V. 50. P. 74–82.
12. *Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П.* Теория солитонов: Метод обратной задачи. М.: Наука, 1980. 319 с.